

БИХРОМАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ НАКАЧКИ КАК ЭФФЕКТИВНОЕ СРЕДСТВО УПРАВЛЕНИЯ УСИЛЕНИЕМ ТЕРАГЕРЦЕВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ¹

Аннотация. Теоретически исследованы схемы усиления терагерцового излучения в полупроводниковой сверхрешетке, основанные на использовании бихроматического поля накачки. Показано, что в данных схемах усиление слабого пробного поля возможно на частоте, несоизмеримой с частотами полей накачки в условиях отсутствия разрушающих усиление неустойчивостей.

Ключевые слова: сверхрешетка, терагерцовое излучение.

Abstract. The authors theoretically investigate amplification methods based on the use of bichromatic pump field. It is shown that the amplification of the weak probe field in these methods is possible without destructive instabilities.

Key words: superlattice, terahertz radiation.

Введение

Терагерцовое (ТГц) излучение обладает рядом интересных с практической точки зрения свойств, которые могут быть использованы во многих областях науки и техники. Тем не менее ТГц-диапазон остается наиболее слабо исследованной и используемой частью электромагнитного спектра из-за сложности детектирования и генерации излучения в данном диапазоне.

Используемые в настоящее время источники ТГц-излучения обладают рядом существенных недостатков, главные из которых: необходимость мощной накачки и низкие рабочие температуры. Этих недостатков можно избежать, если в качестве активной среды источника использовать полупроводниковую сверхрешетку. Идея использовать сверхрешетку, работающую по принципу блоховского осциллятора для генерации ТГц-излучения, была высказана в конце 1960-х гг. Эсаки и Тсу [1], однако практическая реализация такого устройства натолкнулась на трудности, связанные с формированием неустойчивостей волн пространственного заряда (доменов) в сверхрешетке в условиях отрицательной дифференциальной проводимости (ОДП), совпадающей с областью генерации.

Одним из путей решения данной проблемы является введение в систему переменного микроволнового поля накачки и получение усиления на его гармониках [2–8]. Такое усиление имеет параметрическую природу [7]. Однако и в этом случае области усиления частично перекрываются с областями неустойчивостей, что создает некоторые трудности управления режимом генерации.

В данной работе мы предлагаем усовершенствовать этот режим усиления и использовать вместо монохроматического поля накачки переменное бихроматическое поле с соизмеримыми частотами. Мы рассматриваем случай, когда частота усиливаемого ТГц-излучения несоизмерима с частотами полей накачки, и предполагаем, что наличие еще одного переменного поля

¹ Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, ГК № 11.519.11.3023.

позволит расширить область усиления по сравнению с областью неустойчивости, что делает данный режим усиления более предпочтительным с точки зрения практической реализации.

1. Схема усиления, основанная на использовании бихроматического поля накачки вместе с сильным постоянным полем

Пусть сверхрешетка помещена в постоянное и переменное бихроматическое (модулированное) поле накачки:

$$E_{pump} = E_0 + E_1 \cos(\omega_1 t) + E_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \quad (1)$$

где E_0 – постоянное электрическое поле.

Второе переменное поле накачки является гармоникой первого, т.е. $\omega_2 = m\omega_1$, где $m = 2, 3, 4, \dots$ (рис. 1).

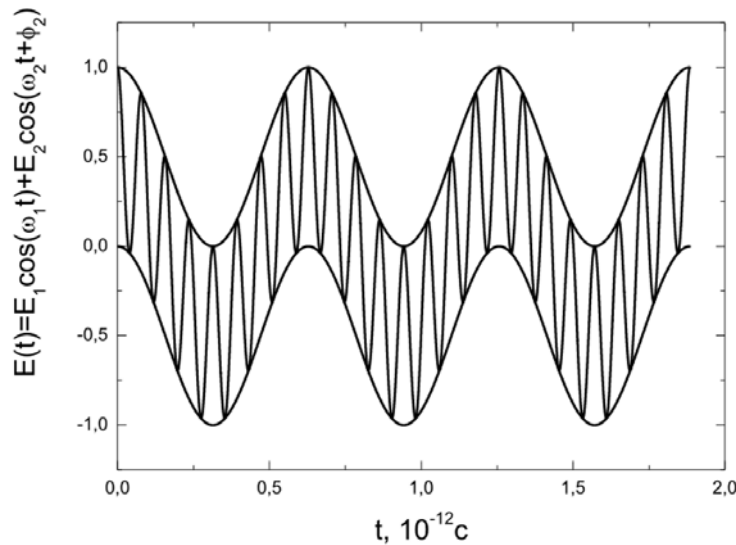


Рис. 1. Бихроматическое (модулированное) поле накачки

Рассмотрим отклик системы на слабое пробное поле $E_{pr} = E_3 \cos(\omega_3 t)$, частота которого несоизмерима с частотами полей накачки. Для этого сначала найдем поглощение произвольного пробного поля по формуле

$$A(\omega_3) = \langle \bar{V}(t) \cos(\omega_3 t) \rangle_t, \quad (2)$$

где $\langle \dots \rangle_t$ – усреднение по времени; $\bar{V}(t)$ – средняя скорость электрона в мини-зоне,

$$\bar{V}(t) = \int V(p) f(p, t) dp. \quad (3)$$

Здесь интегрирование выполняется в пределах мини-зоны Бриллюэна $|p| \leq \pi \hbar / d$, $V = \partial \epsilon(p) / \partial p = V_0 \sin(pd / \hbar)$ – скорость электрона, $V_0 = \Delta d / (2 \hbar)$ – максимальная скорость электрона в мини-зоне; d – период сверхрешетки.

Заметим, что так как частоты поля накачки и пробного поля несоизмеримы, поглощение не зависит от разности фаз между пробным полем и полями накачки.

Функция распределения $f(p, t)$ находится из решения кинетического уравнения Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} - eE(t) \frac{\partial f}{\partial p} = -\frac{f - f^{eq}}{\tau} \quad (4)$$

с использованием дисперсионного соотношения в приближении сильной связи

$$\varepsilon(p) = \frac{\Delta}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{pd}{\hbar}\right) \right], \quad (5)$$

где Δ – ширина мини-зоны; $f^{eq} = \frac{d}{2\pi\hbar I_0} \exp\left(\frac{\Delta}{2k_B T} \cos\left(\frac{pd}{\hbar}\right)\right)$ – равновесная функция распределения; $I_i(y)$ – модифицированная функция Бесселя аргумента $y = \frac{\Delta}{2k_B T}$, $i = 0, 1, 2, \dots$

Будем искать решение кинетического уравнения Больцмана в виде ряда

$$f(p, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(t) e^{im\varphi}, \quad f^{eq}(p) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m^{eq} e^{im\varphi}, \quad (6)$$

где $\varphi = pd / \hbar$; $f_m^{eq}(p) = dI_m(y) / (2\pi\hbar I_0(y))$ [8].

Подставив $f(p, t)$ в уравнение (4), получим выражение для f_m :

$$\begin{aligned} f_m = f_m^{eq} \sum_{l_1, l_2, l_3=-\infty}^{\infty} \sum_{v_1, v_2, v_3=-\infty}^{\infty} J_{l_1}(m\beta_1) J_{l_2}(m\beta_2) J_{l_3}(m\beta_3) \times \\ \times J_{l_1+v_1}(m\beta_1) J_{l_2+v_2}(m\beta_2) J_{l_3+v_3}(m\beta_3) \times \\ \times \exp\{i[v_1\omega_1 + v_2\omega_2 + v_3\omega_3]\} \frac{\exp\{i(v_2\varphi_2 + v_3\varphi_3)\}}{1 - i(m\Omega_0 + l_1\omega_1 + l_2\omega_2 + l_3\omega_3)\tau}, \end{aligned}$$

где $J_n(x)$ – функция Бесселя; $\beta_i = \Omega_i / \omega_i$, $\Omega_i = edE_i / \hbar$ ($i = 0, 1, 2, 3$); $V_p = V_0 I_1(y) / (2I_0(y))$ – пиковая скорость, соответствующая пиковому току на вольт-амперной характеристике Эсаки – Тсу.

Используя найденные коэффициенты разложения для функции распределения и формулы (2), (3), получим выражение для поглощения произвольного пробного поля в единицах $A_0 = V_p I_1(y) / I_0(y)$:

$$A = \sum_{l_1, l_2, l_3=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} J_{l_1}(\beta_1) J_{l_2}(\beta_2) J_{l_3}(\beta_3) J_{l_1-jm}(\beta_1) J_{l_2+j}(\beta_2) \times$$

$$\times [J_{l_3-1}(\beta_3) + J_{l_3+1}(\beta_3)] \frac{\sin(j\varphi_2) + (\Omega_0 + l_1\omega_1 + l_2\omega_2 + l_3\omega_3)\tau \cos(j\varphi_2)}{1 + (\Omega_0 + l_1\omega_1 + l_2\omega_2 + l_3\omega_3)^2 \tau^2}. \quad (7)$$

В случае слабого пробного поля ($E_3 \ll E_1, E_2$) необходимо взять только определенную комбинацию индексов функции Бесселя в формуле (7). В слабосигнальном приближении можно считать $\beta_3 \ll 1$. Тогда, если учитывать только члены нулевого и первого порядка малости по β_3 , в выражении (7) следует положить $l_3 = 0, \pm 1, \pm 2$. В этом случае выражение для поглощения слабого пробного поля имеет вид

$$A = \frac{\beta_3}{2} \sum_{l_1, l_2=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} J_{l_1}(\beta_1) J_{l_2}(\beta_2) J_{l_1-jm}(\beta_1) J_{l_2+j}(\beta_2) \times \\ \times \left\{ \frac{\sin(j\varphi_2) + (\Omega_0 + l_1\omega_1 + l_2\omega_2 + \omega_3)\tau \cos(j\varphi_2)}{1 + (\Omega_0 + l_1\omega_1 + l_2\omega_2 + \omega_3)^2 \tau^2} - \right. \\ \left. - \frac{\sin(j\varphi_2) + (\Omega_0 + l_1\omega_1 + l_2\omega_2 - \omega_3)\tau \cos(j\varphi_2)}{1 + (\Omega_0 + l_1\omega_1 + l_2\omega_2 - \omega_3)^2 \tau^2} \right\}. \quad (8)$$

Из формулы (8) видно, что выражение для поглощения слабого пробного поля в случае, когда частота пробного поля несоизмерима с частотами полей накачки, содержит лишь компоненту, описывающую некогерентное взаимодействие пробного поля и поля накачки

$$A = \frac{\beta_3}{2} A^{incoh}.$$

Поглощение A связано с коэффициентом поглощения стандартным соотношением

$$\alpha(\omega_3) = \frac{\omega_p^2}{2\omega_3} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} A^{incoh}, \quad (9)$$

где α – коэффициент поглощения; $\omega_p = \sqrt{8\pi e^2 n_0 V_p d / (\varepsilon \hbar)}$ – плазменная частота; n_0 – концентрация электронов; ε – реальная часть диэлектрической проницаемости; c – скорость света.

В зависимости от параметров системы поглощение (9) может быть как положительным (поглощение слабого пробного поля), так и отрицательным (усиление слабого пробного поля). В последнем случае важным является анализ стабильности системы в условиях усиления. Поскольку неустойчивости при наличии постоянного поля формируются в условиях отрицательной дифференциальной проводимости (ОДП) [9], то желательно, чтобы усиление достигалось при положительной дифференциальной проводимости (ПДП), что позволит избежать возникновения доменов.

Для анализа стабильности системы найдем плотность постоянного тока через сверхрешетку по формуле

$$j_{dc} = -e \langle \bar{V}(t) \rangle_t. \quad (10)$$

Проводя вычисления, аналогичные поглощению, для плотности тока получим (в единицах $j_0 = 2eV_p$)

$$j_{dc} = \sum_{l_1, l_2 = -\infty}^{\infty} \sum_{j = -\infty}^{\infty} J_{l_1}(\beta_1) J_{l_2}(\beta_2) J_{l_1 - jm}(\beta_1) J_{l_2 + j}(\beta_2) \times \\ \times \frac{\sin(j\varphi_2) + (\Omega_0 + l_1\omega_1 + l_2\omega_2)\tau \cos(j\varphi_2)}{1 + (\Omega_0 + l_1\omega_1 + l_2\omega_2)^2 \tau^2}. \quad (11)$$

Штриховкой на графике (рис. 2,а) выделена область усиления без формирования неустойчивостей; на рис. 2,б штриховкой выделена область ПДП, которая перекрывается с областью усиления. Из приведенных графиков для поглощения и плотности тока (рис. 2) видно, что модуляция поля накачки приводит к появлению дополнительных максимумов на вольт-амперной характеристике (ВАХ) сверхрешетки в отличие от зависимости, полученной Эсаки и Тсу ($E_{cr} = \hbar/(ed\tau)$). Численный анализ показал, что области усиления могут перекрываться с областями ПДП, что видно на графике. Это означает, что возможно усиление ТГц-излучения без формирования неустойчивостей. Таким образом, сравнение областей усиления с областями неустойчивостей показывает, что области усиления шире областей неустойчивостей.

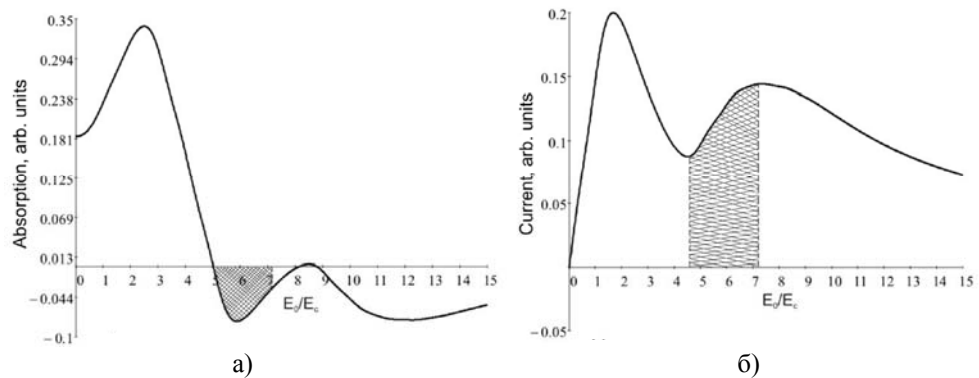


Рис. 2. Зависимость поглощения (а) и плотности тока (б) от постоянного поля для случая, когда второе поле накачки является третьей гармоникой первого; $\Omega_1\tau = 5$; $\Omega_2\tau = 3$; $\omega_1\tau = 1$; $\omega_2\tau = 3$; $\omega_3\tau = 4,11$; $m = 3$

Следует отметить, что для случая, когда второе переменное поле накачки – четная гармоника первого, ток при нулевом постоянном поле ($E_0 = 0$) отличен от нуля, что видно из рис. 3. Таким образом, в этом случае в сверхрешетке под действием переменного бихроматического поля может возникать постоянное электрическое поле, что приводит к возникновению постоянного тока, причем ток может быть как положительным, так и отрицательным.

Из формулы (8) следует, что усилением ТГц-излучения можно управлять, изменяя разность фаз φ_2 полей накачки, а максимальное усиление возможно при некоторой оптимальной фазе φ_{opt} .

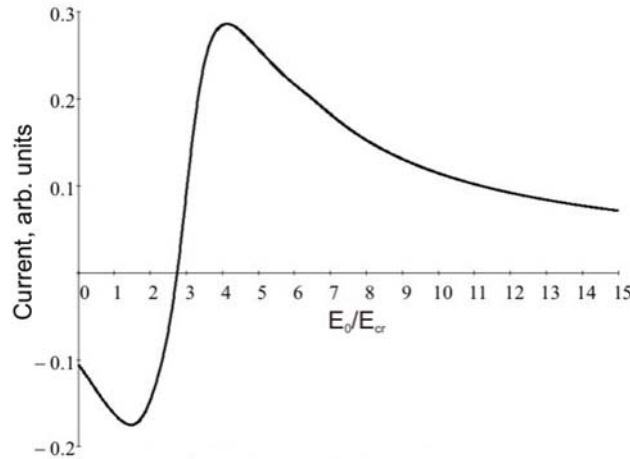


Рис. 3. Зависимость плотности тока от постоянного поля для случая, когда второе поле накачки является второй гармоникой первого;
 $\Omega_1\tau = 5$; $\Omega_2\tau = 3$; $\omega_1\tau = 1$; $\omega_2\tau = 3$; $\omega_3\tau = 4,11$; $m = 2$

Заметим, что если мы положим $\varphi_2 = 0$ в выражении (8) для поглощения слабого пробного поля и в выражении для плотности тока (11), то поглощение можно представить в виде конечной разности вида

$$A = \frac{j_{dc}(E_0/E_{cr} + \omega_3) - j_{dc}(E_0/E_{cr} - \omega_3)}{2\hbar\omega_3} ed. \quad (12)$$

В этом случае судить о возможности усиления можно непосредственно из анализа зависимости постоянного тока от постоянного поля. Если тангенс угла наклона прямой CD (рис. 4) отрицательный при величине постоянного поля E_{dc} , то и поглощение будет отрицательным (усиление), и наоборот.

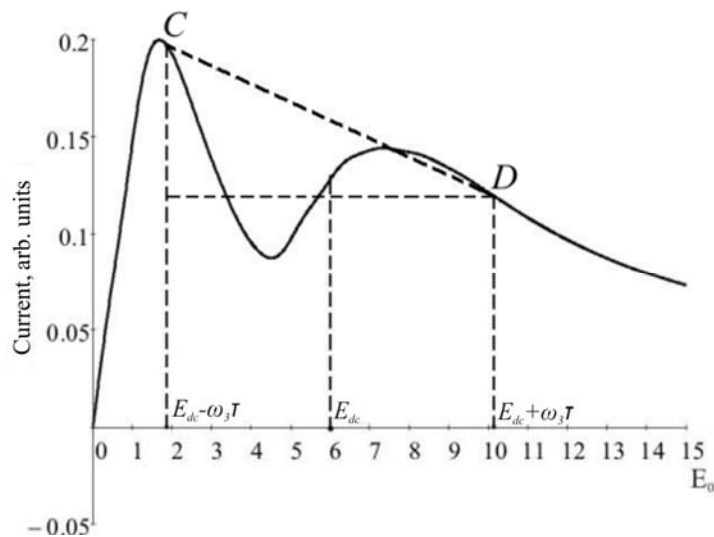


Рис. 4. Определение возможности усиления по току. По оси абсцисс – постоянное поле в единицах E_{cr} ; $E_{dc} = 6E_{cr}$ и $\omega_3\tau = 4,11$. Точка C соответствует значению плотности тока при $(E_{dc} - \omega_3\tau)$, точка D – плотности тока при $(E_{dc} + \omega_3\tau)$

Из рис. 4 видно, что тангенс угла наклона прямой CD отрицательный, т.е. при таких значениях E_{dc} и $\omega_3\tau$ должно быть усиление, и из рис. 2 видно, что это так.

2. Схема усиления, основанная на использовании чисто бихроматического поля накачки

Рассмотрим случай, когда на сверхрешетку действует только переменное бихроматическое поле. Проведя вычисления, аналогичные вычислениям для получения соотношений (7) и (8), получим выражение для поглощения слабого пробного поля в случае переменного поля накачки:

$$A = \frac{\beta_3}{2} \sum_{l_1, l_2 = -\infty}^{\infty} \sum_{j = -\infty}^{\infty} J_{l_1}(\beta_1) J_{l_2}(\beta_2) J_{l_1 - jm}(\beta_1) J_{l_2 + j}(\beta_2) \times \left\{ \frac{\sin(j\varphi_2) + (l_1\omega_1 + l_2\omega_2 + \omega_3)\tau \cos(j\varphi_2)}{1 + (l_1\omega_1 + l_2\omega_2 + \omega_3)^2 \tau^2} - \frac{\sin(j\varphi_2) + (l_1\omega_1 + l_2\omega_2 - \omega_3)\tau \cos(j\varphi_2)}{1 + (l_1\omega_1 + l_2\omega_2 - \omega_3)^2 \tau^2} \right\}. \quad (13)$$

Выражение (13) так же, как и (8), может быть как положительным (поглощение), так и отрицательным (усиление).

Для анализа стабильности системы в формуле для плотности постоянного тока (11) устремим постоянное поле к нулю ($\Omega_0 \rightarrow 0$):

$$j_{dc} \approx j_{dc}|_{\Omega_0=0} + \left. \frac{\partial j_{dc}}{\partial \Omega_0} \right|_{\Omega_0=0} \Omega_0. \quad (14)$$

Численный анализ показал, что в системе может возникать АОП, а при АОП формируются неустойчивости [2]. Для анализа стабильности системы в случае нечетных гармоник необходимо рассмотреть второе слагаемое в формуле (14). В результате численного анализа было получено, что в зависимости от параметров системы оно может быть как положительным, так и отрицательным. Следовательно, для случая нечетных гармоник можно подобрать параметры так, что неустойчивости в режиме усиления не будут формироваться. На рис. 5 представлен график зависимости поглощения слабого пробного поля от его частоты для случая, когда область усиления не перекрывается областью неустойчивостей (область усиления выделена штриховкой).

Заключение

Таким образом, в работе рассмотрены две схемы усиления ТГц-излучения с помощью полупроводниковой сверхрешетки, помещенной в бихроматическое поле накачки: схема с постоянным полем, приложенным к сверхрешетке, и схема, в которой на сверхрешетку действует только переменное поле.

Для обеих схем на основе решения кинетического уравнения Больцмана были получены аналитические выражения для поглощения пробного ТГц-

излучения, частота которого несоизмерима с частотами полей накачки, рассмотрен случай слабого пробного поля. Также для схемы с постоянным полем было получено выражение для нулевой гармоники тока и показано, что бихроматическое поле накачки модифицирует статическую ВАХ сверхрешетки. Модифицированная ВАХ содержит дополнительные области положительной дифференциальной проводимости, что способствует расширению областей стабильности системы. Для обеих схем усиления найдены области, в которых поглощение является отрицательным (области усиления), причем они шире областей неустойчивостей.

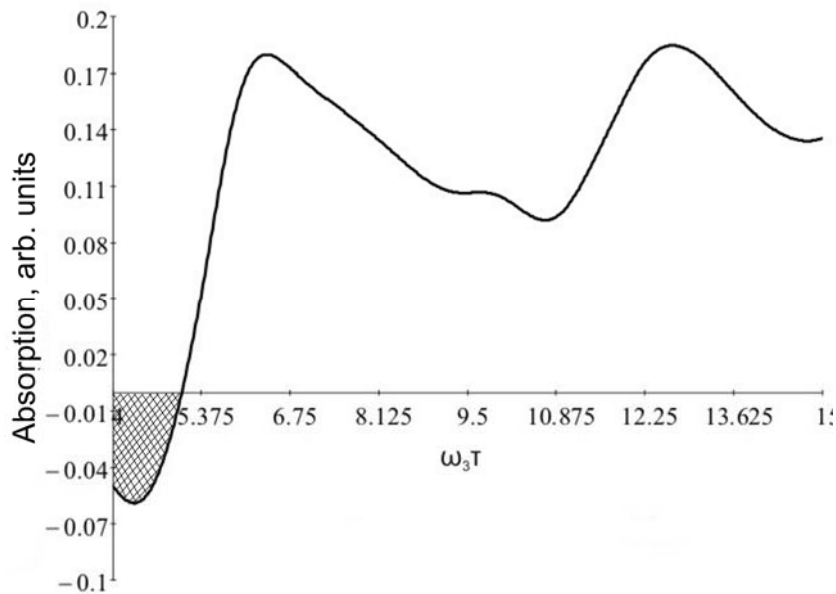


Рис. 5. График зависимости поглощения слабого пробного поля от его частоты для случая переменного поля накачки; $\Omega_1\tau = 10$; $\Omega_2\tau = 8$; $\omega_1\tau = 0,8$; $\omega_2\tau = 4$; $\omega_3\tau = 4,11$; $m = 5$ (при таких значениях полей и частот неустойчивости не формируются)

Анализ схемы с только переменным полем накачки показал, что в случае, когда второе поле накачки является нечетной гармоникой первого поля накачки, могут возникать неустойчивости. Но в этом случае можно подобрать напряженности и частоты полей накачки так, что неустойчивости в режиме усиления не будут формироваться.

Список литературы

1. **Esaki, L.** Superlattice and Negative Differential Conductivity in Semiconductors / L. Esaki and R. Tsu // IBM J. Res. Dev. – 1970. – V. 14, № 1. – P. 61–65.
2. **Alekseev, K. N.** Suppressed absolute negative conductance and generation of high-frequency radiation in semiconductor superlattices / K. N. Alekseev, M. V. Gorkunov, N. V. Demarina, T. Hyart, N. V. Alexeeva and A. V. Shorokhov // Europhysics Letters. – 2006. – V. 73, № 6. – P. 934–940.
3. **Kroemer, H.** Large-amplitude oscillation dynamics and domain suppression in a superlattice Bloch oscillator / H. Kroemer // Physical Review. – 1958. – V. 109. – P. 1856.

4. **Павлович, В. В.** О нелинейном усилении электромагнитной волны в полупроводнике со сверхрешеткой / В. В. Павлович // Физика твердого тела. – 1977. – Т. 19, № 1. – С. 97.
5. **Wacker, A.** Semiconductor Superlattices: A model system for nonlinear transport / A. Wacker // Physics Reports. – 2001. – V. 357. – P. 1.
6. **Hyart, T.** THz parametric gain in semiconductor superlattices in the absence of electric domains / T. Hyart, N. V. Alexeeva, A. Leppanen, K. N. Alekseev // Applied Physics Letters. – 2006. – V. 89. – P. 132105.
7. **Hyart, T.** Theory of Parametric Amplification in Superlattices / T. Hyart, A. V. Shorokhov, K. N. Alekseev // Physical Review Letters. – 2007. – V. 98. – P. 220404.
8. **Shorokhov, A. V.** High-frequency absorption and gain in superlattices: Semiquasistatic approach / A. V. Shorokhov, K. N. Alekseev // Physica E (Amsterdam). – 2006. – V. 33. – P. 284.
9. **Игнатов, А. А.** Bloch oscillations of electrons and instability of space-charge waves in semiconductor superlattices / А. А. Игнатов, В. И. Шашкин // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1987. – V. 93. – P. 935.

Позднякова Олеся Дмитриевна

магистрант, Институт физики и химии,
Мордовский государственный
университет имени Н. П. Огарева
(г. Саранск)

E-mail: pozdn-olesya@yandex.ru

Pozdnyakova Olesya Dmitrievna

Applicant for master degree, Institute
of physics and chemistry,
Mordovia State University
named after N. P. Ogaryov (Saransk)

Шорохов Алексей Владимирович

доктор физико-математических наук,
доцент, кафедра теоретической физики,
Институт физики и химии, Мордовский
государственный университет
имени Н. П. Огарева (г. Саранск)

E-mail: alex.shorokhov@mail.ru

Shorokhov Aleksey Vladimirovich

Doctor of physical and mathematical
sciences, associate professor,
sub-department of theoretical physics,
Institute of physics and chemistry,
Mordovia State University named
after N. P. Ogaryov (Saransk)

УДК 538.958

Позднякова, О. Д.

Бихроматическое поле накачки как эффективное средство управления усилением терагерцевого излучения в полупроводниковой сверхрешетке / О. Д. Позднякова, А. В. Шорохов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2012. – № 2 (22). – С. 136–144.